

Gyakorló feladatok javítóvizsgára

szakközépiskola matematika 9. évfolyam

Halmazok:

- Adott két halmaz:
 $A = \{\text{kétjegyű pozitív, 4-gyel osztható számok}\}$
 $B = \{\text{10-nél nagyobb, de 30-nál nem nagyobb pozitív egész számok}\}$
Határozza meg az $A \cap B$ halmaz elemeit!
- Az A halmaz elemei a kétjegyű négyzetszámok, $B = \{\text{ötten osztható pozitív egész számok}\}$.
Határozza meg az alábbi halmazokat!
a) $A \cap B$ b) $A \setminus B$
- Legyen az A halmaz a 15-nél nem nagyobb pozitív páros számok halmaza, a B halmaz a 15-nél nem nagyobb 3-mal osztható számok halmaza. Határozza meg az $A \setminus B$ halmaz elemeit!
- Az A halmaz elemei a pozitív egész egyjegyű számok, a B halmaz elemei a prímszámok. Határozza meg az $A \cap B$ halmaz elemeit!
- Az A és a B halmazokról a következőket tudjuk:
 $A \cap B = \{1; 2\}$, $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$, $A \setminus B = \{5; 7\}$.
Adja meg az A és B halmaz elemeit!
- $A = \{\text{trapézok}\}$; $B = \{\text{deltoidok}\}$; $C = \{\text{Húrnégyszögek}\}$. Határozza meg az alábbi halmazokat!
a) $A \cap B$ b) $B \cap C$ c) $A \cap C$
- Legyen az A halmaz a $[-3; 5[$ intervallumban levő valós számok halmaza, B pedig a $[2; 6]$ intervallumban levő valós számok halmaza. Adja meg és ábrázolja egy számegyenesen az $A \setminus B$ halmaz elemeit!
- Legyen az A halmaz 1-nél nem kisebb, de 9-nél kisebb számok halmaza, a B halmaz a 7-nél nem nagyobb pozitív számok halmaza. Ábrázolja egy számegyenesen az A és B halmazok metszetét!
- Az A és B halmazokról a következőket tudjuk:
 $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ $A \cap B = \{2; 7\}$ $A \setminus B = \{1; 3; 5\}$
Határozza meg a B halmaz elemeit!
- Ha az A halmaznak 15 eleme van, a B halmaznak 9 eleme van, az $A \cap B$ halmaz 6 elemű, akkor hány eleme van az $A \setminus B$ halmaznak?
- Egy 10 tagú csoportban mindenki beszéli az angol és a német nyelv valamelyikét. Hatan beszélnek közülük németül, nyolcan angolul. Hányan beszélnek mindkét nyelvet?
Válaszát indokolja számítással, vagy szemléltesse Venn-diagrammal!

Algebra:

- Végezd el a kijelölt műveleteket!
 $(y-3)(y+3) - (y-2)^2 =$ $(y-2)(y+2) - (y-1)^2 =$ $(2x-3y)^2 =$ $(3a-2b)^2 =$
- Egyszerűsíts a következő törtet!
a) $\frac{3ax^4y^2}{9a^7xy^5}$ b) $\frac{by-b^2}{ab-ay}$ c) $\frac{4a^2-4}{6a-6}$
- Végezd el a kijelölt műveleteket!
a) $\left(\frac{8b^2dc}{9a^5} : \frac{7cd^3}{12a^3}\right) \left(\frac{14a^4c^3}{3b^5}\right)$ b) $\frac{x+y}{9x-9y} : \frac{x^2+xy}{3x^2-3y^2}$

4. Fejezd ki a 'd' – t az egyenletből! $\frac{3d + x^2}{5b} = cy$

5. Egyszerűsítsd a következő törteket!

a) $\frac{5a - 10ab}{a^2 - 2ab}$ b) $\frac{x^3y - xy^3}{x^2y - y^3}$
 c) $\frac{12^5 \cdot 32^2 \cdot 9}{27 \cdot 36^2} =$ d) $\frac{(xy)^3 \cdot x^5 \cdot xy^4}{(x^2y^3)^2} =$ e) $\frac{56 \cdot 63^2 \cdot 28^3}{(42 \cdot 72)^2} =$

6. Végezd el a műveleteket! a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$ b) $\left(\frac{2^2}{7^3}\right)^{-1} =$ c) $\left(\frac{24 \cdot 36 \cdot 25}{45 \cdot 144}\right)^{-2} =$ d) $\left(\frac{48}{56}\right)^{-3}$

7. Melyik nagyobb?

a) 8^5 vagy $3 \cdot 4^7$ b) 10^{18} vagy $48 \cdot 50^{10}$ c) $\frac{3}{3^{10} \cdot 5^8}$ vagy $\frac{1}{3^9 \cdot 5^8}$

8. Egyszerűsítsük a következő törteket! Változik-e a törték értelmezési tartománya?

a) $\frac{6a}{9b} =$ b) $\frac{-2a}{4b} =$ d) $\frac{5ax^2}{10a} =$ e) $\frac{12ab^3}{4ab} =$ f) $\frac{8ax}{12ay} =$

9. Írd át a számokat normálalakba!

$56 =$ $215 =$ $5244 =$ $244000 =$ $0,56 =$ $0,02404 =$ $0,00524 =$ $0,0000874 =$

10. Írd át a számokat helyiértékes alakba!

$2,3 \cdot 10^1 =$ $2,02 \cdot 10^4 =$ $1,6 \cdot 10^3 =$ $2,98 \cdot 10^{-2} =$ $2,14 \cdot 10^{-1} =$ $1,3 \cdot 10^0 =$ $2,3 \cdot 10^{-4} =$

11. Számológép használata nélkül számítsa ki!

$2,3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3 =$ $2,3 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3 =$ $2,3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 =$
 $2,3 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^2 =$ $2,3 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^2 =$
 $2,3 \cdot 10^3 \cdot (-2 \cdot 10^{-2}) =$

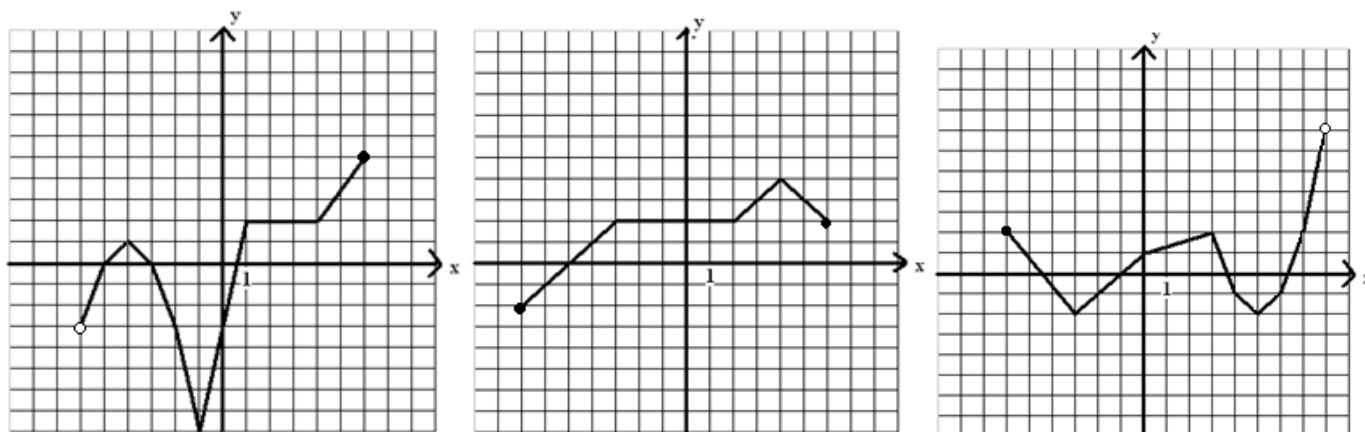
Függvények:

1) Döntsd el számítással, hogy rajta van-e a megadott pont az adott függvényen?

Utána ábrázold a megadott függvényeket!

a) $P(2; 5)$ $a(x) = 2x + 4$ f) $P(4; -1)$ $f(x) = -|x - 2| + 1$
 b) $P(4; -3)$ $b(x) = -x + 1$ g) $P(5; 2)$ $g(x) = |x + 3| - 2$
 c) $P(-2; 2)$ $c(x) = \frac{1}{2}x + 3$ h) $P(12; -24)$ $h(x) = \sqrt{x - 2}$
 d) $P(-1; 3)$ $d(x) = -3x$
 e) $P(1; 4)$ $e(x) = x^2 + 3$ i) $P(-4; -10)$ $k(x) = \frac{1}{x + 1}$

2) Jellemezd az alábbi függvényeket! (értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás)



Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek:

1) Oldja meg az elsőfokú egy ismeretlenes (vagy arra visszavezethető) egyenleteket!

a) $2x-4=3x+4$ b) $0,5x-\frac{4}{3}=0$ c) $x+\frac{x+1}{4}=2x+\frac{5-3x}{2}$ d) $3(\frac{7}{3}x+\frac{7}{2}x)=15(x+1)$
e) $\frac{x+1}{6}-\frac{x-1}{4}=0$ f) $\frac{x+1}{2}=\frac{2x-1}{4}+\frac{3}{4}$ h) $\frac{5-x}{x-3}=\frac{5}{3}$ i) $\frac{7}{x}+\frac{2}{3x}=\frac{19}{3}$

2)

- Gondoltam egy számot, megszoroztam négygel, majd a szorzatból kivontam kilencet. Az így kapott számot hárommal osztva kilencet kaptam. Melyik számra gondoltam?
- Gondoltam egy számot, hozzáadtam hatot, majd az összeget nyolccal osztottam. Eredményül az eredeti szám harmadánál hárommal kisebb számot kaptam. Melyik számra gondoltam?
- Három ligetben összesen 900 fa van. A másodikban kétszer annyi van, mint az elsőben, míg a harmadikban százal kevesebb, mint a másodikban. Hány fa van a harmadik ligetben?
- Egy apa kétszer annyi idős, mint a lánya. Tíz évvel ezelőtt még háromszor idősebb volt a lányánál. Hány évesek lesznek négy év múlva?
- Ha három egymást követő pozitív páros szám összegéből levonjuk a köztük lévő páratlan számokat, akkor maradékul negyvenet kapunk. Melyik páros szám a középső?

3) Oldja meg a következő egyenleteket grafikusan!

a) $\frac{1}{2}x = -x + 3$ b) $2x-3 = x-3$ c) $\frac{2}{3}x + 3 = 2x - 5$ d) $-2x-1 = 0,5 - 2x$
e) $x+1 = x^2 + 1$ f) $(x-1)^2 = -x^2 + 3$ g) $-x^2 + 2 = -2$

4) Oldja meg az egyenletrendszereket behelyettesítéssel és az egyenlő együtthatók módszerével!

a) $x-2y = 11$ b) $7x+3y = 3$ c) $3x+8y = 4$
 $3x+2y = 9$ $x+5y = 1$ $16x+5y = 2$

5) Oldja meg az egyenleteket!

a) $\frac{x+1}{6}-\frac{x-1}{4}=0$ b) $\frac{3x}{8}-\left(\frac{5}{3}+\frac{1-x}{6}\right)=\frac{7}{8}$ c) $x-\frac{6-2x}{3}=2x-4-\frac{x+3}{2}$

$$d) \frac{2(2-3x)}{0,01} - 2,5 = \frac{0,02-2x}{0,02} - 7,5 \quad e) 3(8x-4)-(3-2x) = 5(3x-4)-2(x+4)$$

$$f) \frac{3x+1}{14} - \frac{x-5}{6} = \frac{2x-11}{7} + \frac{x}{21} \quad h) \frac{21+7x}{2} = x-3+24-2(3-x)$$

6) Oldja meg az egyenleteket algebrai úton, és ha lehet, grafikusan is!

$$a) |x+3| = 3x+2 \quad b) |x|-1 = 2 \quad c) |2x|+1 = -x+3 \quad f) 2|x+1| = 0,5x+3$$

7) Egy kétjegyű természetes szám számjegyeinek összege 12. Ha a jegyeit felcseréljük, a szám értéke 75 %-kal növekszik. Melyik ez a szám?

8) Melyik az a szám, amelynek 15%-hoz 1,8-et adva az eredeti szám 18 %-át kapjuk?

9) Boglárka és Imola együtt áll a személymérlegre, így az 90 kg-ot mutat. Kinek kisebb a tömege és mennyivel, ha Boglárka tömegének 25%-a egyenlő Imoláé 20%-ával?

10) Oldja meg az egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! Nevezze meg azt is, mely egész számokra teljesül az egyenlőtlenség?

$$a) 3+2x < 3x+1 \quad b) \frac{7x-10}{8x-4} < 1 \quad c) |x-4| \leq 3 \quad d) |7-2x| \leq 3 \quad e) x^2 > 2x+1 \text{ (grafikusan)}$$

$$f) \frac{5x}{3} - 1 \leq \frac{3x+4}{4} + 7 \quad g) \frac{-2x+3}{6} - \frac{2-x}{3} \geq -2 \quad h) \frac{2x-3}{x-4} \leq 0$$

Geometria:

1) Egy egyenlő szárú háromszög alapja 10 cm. A háromszög kerülete 26 cm. Mekkora a háromszög területe?

2) Két kör sugara: $R = 8$ és $r = 4$; a körök középpontjának távolsága 20 cm. Milyen hosszú a két kör közös külső érintőszakasza?

3) Döntsd el, hogy a következő állítások közül melyik igaz, melyik hamis!

- a) Az a paralelogramma, amelyik tengelyesen is szimmetrikus, az biztosan téglalap.
- b) A szabályos ötszög középpontosan szimmetrikus.
- c) Van olyan háromszög, melynek súlypontja és magasságpontja egybe esik.
- d) Minden trapéz paralelogramma.
- f) Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus.
- g) A háromszög bármely két oldala nagyobb a harmadik oldalnál.
- h) Létezik olyan tengelyes tükrözés, amelynél egy szakasz képe önmaga.

4) Az ABC háromszög két oldalának vektora $AB = \mathbf{c}$ és $AC = \mathbf{b}$. Fejezd ki ezek segítségével az A csúsból a szemközti oldal F felezőpontjába mutató AF vektort!

5) Számold ki annak a trapéznek a középvonalát, melynek alapjai 4,8 cm és 2,4 cm!

6) Egy háromszög egyik belső szöge 50 fokos, a egyik nem mellette levő külső szöge ennek háromszorosa. Mekkora a háromszög szögei?

7) Vegyél fel egy ABC háromszöget és tükrözd a leghosszabb oldalára! Milyen síkidomot kapsz?

8) Adott egy 2 cm sugarú kör és rajta kívül egy P pont. Szerkeszd meg a P pontból a körhöz húzható érintőket! Számold ki az érintőszakasz hosszát!

9) Egy 22 cm átmérőjű körben egy körív hossza 2,3 dm. Mekkora középponti és mekkora kerületi szög tartozik a körívhez? (fokban és radiánban is add meg!)

10) Egy 20 cm sugarú kört 12 egybevágó körcikkre vágunk.

a) Mennyi egy körcikk területe? b) Milyen hosszúságú ív tartozik a körcikkhez?

11) a) Váltsd át fokokra az alábbi, radiánban megadott szögeket: $\frac{\pi}{6}$; 1,05; $\frac{5\pi}{8}$; $2,5\pi$

b) Váltsd át radiánba az alábbi, fokban megadott szögeket: $102^{\circ}18'$; $43^{\circ}53'$

c) Fejezd ki π segítségével: 270° ; 150° ; 30° ; 315°

12) Mekkora szöget zár be a háromszög két belső szögfelezője, ha a harmadik szög 75° -os?

13) Egy téglalap alakú park egyik oldala 0,12 km. A parkon átlós irányban 130 m hosszú út vezet. Mekkora a park másik oldala?

14) Két épület között anyagszállításhoz csúszdát építettek. Mekkora a csúszda hossza, ha az épületek távolsága 10 m, és a csúszda végei között 4 m a szintkülönbség?

15) Egy rombusz oldalai 18 cm hosszúak, egyik átlója 20 cm hosszú. Mekkora a rombusz területe?

16) Egy derékszögű trapéz párhuzamos oldalai 15 m illetve 35 m hosszúak, magassága 20 m. Mekkora a trapéz kerülete?

17) Mekkora annak a rombusznak a szögei, amelyeknek egyik szöge 80 fokkal nagyobb, mint a másik?

18) a) Szerkessz háromszöget, melynek oldalai rendre 5 cm, 7 cm és 10 cm!

b) Milyen fajta háromszöget kaptál?

c) Rajzold meg az egyik magasságvonalát és számold ki a háromszög területét, kerületét!

d) Szerkeszd meg a bele írható kört!

e) Mérd meg a kör sugarát és számold ki a kör területét, kerületét!

19) Mekkora annak a téglalapnak a területe, melynek kerülete 92 cm, és egyik oldala 10 cm-rel nagyobb, mint a másik?